

JOHANN WOLFGANG GOETHE
UNIVERSITÄT
FRANKFURT AM MAIN

www.uni-frankfurt.de

Adaptive Systeme-2

Grundlagen

Prof. Rüdiger Brause
WS 2013

Organisation



- **„Einführung in adaptive Systeme“ B-AS-1, M-AS-1**
 - Vorlesung Dienstags 10-12 Uhr, SR11
 - Übungen Donnerstags 12-13 Uhr, SR 9
- **„Adaptive Systeme“ M-AS-2 (Theorie)**
 - Vorlesung Donnerstags 10-12 Uhr, SR 9
 - Übungen Donnerstags 13-14 Uhr, SR 9
- **Tutor: Markus Hildebrand** MarkHild@stud.uni-frankfurt.de
- **Gemeinsames Übungsblatt**, unterteilt in 2 Teile
 - Ausgabe:** Dienstags, **Abgabe:** Dienstags per email
 - Besprechung:** Donnerstags

Vorschau Themen



1. Einführung und Grundlagen
2. Lernen und Klassifizieren
3. Merkmale und lineare Transformationen
4. Lokale Wechselwirkungen: *Konkurrentes Lernen*
5. Netze mit RBF-Elementen
6. Fuzzy-Systeme
7. Evolutionäre und genetische Algorithmen
8. Schwarmalgorithmen

Grundlagen

Modellierung

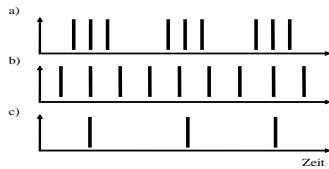
Das Vorbild: Gehirnfunktionen

Lineares Modell

- Zell-Potential ~ Eingabe-Spikefrequenz
- Ausgabe-Spikefrequenz ~ Zellstrom

⇒ Ausgabe-Freq. y ~ Eingabe-Freq. x

Problem: Reizähnlichkeit



Ähnlich zu a) ?

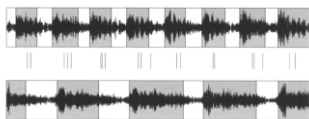
Ähnlich zu a) ?

Das Vorbild: Gehirnfunktionen

Kodierungsbeispiel: Neuron Nr.12, Grashüpfer

Creutzig et al, J.Neurosci., 29(8), 2575-2580, 2009

- Zirp-Identifikation von Männchen einer Spezies
- Keine Konstanz von Pausen- und Silbenlänge,
- Verhältnis Silben / Pausen ist entscheidend



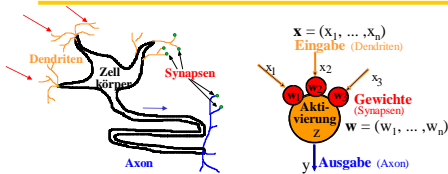
Temperatur 1

Temperatur 2

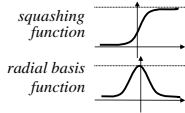
Grundlagen

Modellierung

Modellierung formaler Neuronen



Ausgabefunktionen



$$y = S(z) \quad z = \sum_{i=1}^n w_i x_i = \mathbf{w}^T \mathbf{x}$$

Modellierung eines Neurons

Input-Output Formalisierung $X = \{x\}, Y = \{y\}, W = \{w\}$

DEF Transferfunktion

- $F: X \times W \rightarrow Y$
- $F: X$

DEF Lernfunktion

DEF formales Neuron

Modellierung von Netzen

DEF Neuronales Netz

- Ein neuronales Netz ist ein **gerichteter Graph** $G := (K, E)$ aus einer
- Menge von Knoten $K = \{v\}$, den neuronalen Einheiten, und einer
 - Menge von Kanten $E \subseteq K \times K$, den Verbindungen zwischen den Einheiten.

Ausgabefunktionen

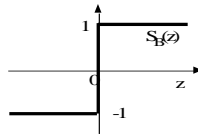
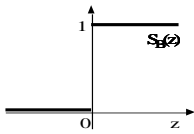
Binäre Ausgabefunktionen

z.B. Kodierung von qual.Merkmalen rot = 1, braun = 0

$$y = S_B(z) := \begin{cases} 1 & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$$

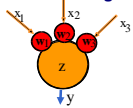
$$y = S_B(z) := \begin{cases} +1 & z \geq 0 \\ -1 & z < 0 \end{cases}$$

Heavyside-Funktion



Formale Neuronen

Anwendung binäre Funktion: log. Gatter



$$W_1 = \frac{1}{2} \quad W_2 = \frac{1}{2} \quad W_3 = -\frac{1}{3}$$

$$Z = W_1 X_1 + W_2 X_2 + W_3 X_3$$

x_1	x_2	$z = x_1/2 + x_2/2$
0	0	$z = 0$
0	1	$z = 1/2 > 1/3 \Rightarrow S_B = 1$
1	0	$z = 1/2 > 1/3 \Rightarrow S_B = 1$
1	1	$z = 1 > 1/3 \Rightarrow S_B = 1$

Veränderung: $w_3 = -1/3 \rightarrow -2/3$: log. Gatter = ?

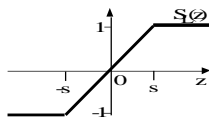
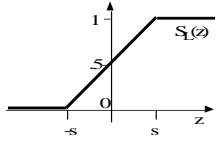
Schwellwertveränderung: Wechsel der Funktionalität!

Ausgabefunktionen

Begrenzt-lineare Ausgabefunktionen

$$y = S_L(z, s) := \begin{cases} z_{\max} & z > s \\ z_{\max}/2 + kz & -s \leq z \leq s \\ 0 & z \leq -s \end{cases} \quad y = S_L(z, s) := \begin{cases} z_{\max} & z > s \\ kz & -s \leq z \leq s \\ -z_{\max} & z \leq -s \end{cases}$$

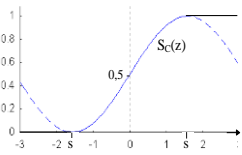
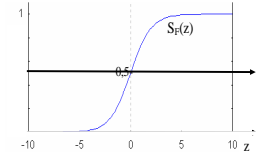
$k = z_{\max}/2s$ $k = z_{\max}/s$



Ausgabefunktionen

Sigmoidale Ausgabefunktionen

Fermi-Funktion, logistische Funktion Kosinus-Quetschfunktion



$$S_F(z) := \frac{1}{1 + e^{-Kz}} \quad K = \text{const}$$

$$S_C(z) := \begin{cases} 1 & z \geq \pi/2 \\ 1/2(1 + \cos(z - \pi/2)) & -\pi/2 < z < \pi/2 \\ 0 & z \leq -\pi/2 \end{cases}$$

sowie hyperb. Tangens

$$S_T(z) := 2S_F(z) - 1 = \frac{1 - e^{-Kz}}{1 + e^{-Kz}} = \tanh(Kz)$$

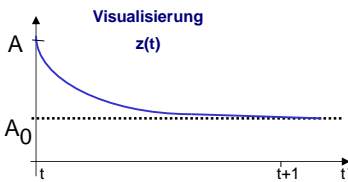
Formale Neuronen

Zeitmodellierung

Ann.: Abfluss der Ladung aus dem Zellkörper $-\partial z/\partial t$ mit sinkender Spannung proportional geringer

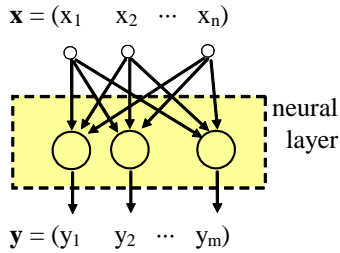
$-\partial z/\partial t \sim -z(t)$ oder $-\partial z/\partial t = -z(t)$

* Rechnung *



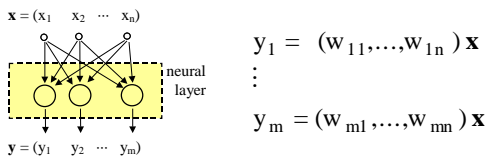
Schichten

DEF Schicht



Lineare Transformation mit NN

lineare Schicht



$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & \dots & w_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{m1} & \dots & w_{mn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{x} \quad \text{Matrix-Multiplikation}$$

Affine Transformationen

Erweiterung des Eingaberaums (homogene Koordinaten)

$$w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n \rightarrow w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n + w_{n+1} \cdot 1$$

$$\mathbf{w}^T \mathbf{x} = (w_1, \dots, w_n) \cdot (x_1, \dots, x_n)^T \rightarrow (w_1, \dots, w_n, w_{n+1}) \cdot (x_1, \dots, x_n, 1)^T = \mathbf{w}^T \mathbf{x}$$

(Skalierung, Rotation) \rightarrow (Skalierung, Rotation, Verschiebung)

Verschiebung eines Vektors

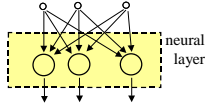
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & s_1 \\ 0 & 1 & s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + s_1 \\ x_2 + s_2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Affine Transformation mit NN

Affine Transformation

2-dimensional

$$\mathbf{x} = (x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n)$$



$$\mathbf{y} = (y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_m)$$

- Drehung $\mathbf{W}_{\text{rot}} = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- Skalierung $\mathbf{W}_{\text{scal}} = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- Shift $\mathbf{W}_{\text{shift}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & s_1 \\ 0 & 1 & s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_{\text{shift}} \cdot \mathbf{W}_{\text{rot}} \cdot \mathbf{W}_{\text{scal}} = \begin{pmatrix} c_1 \cos \phi & -c_2 \sin \phi & s_1 \\ c_1 \sin \phi & c_2 \cos \phi & s_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Affine Transformation
