

## Übungsblatt 4

Ausgabe: 19.5.

Abgabe: 26.5.

In diesem Aufgabenblatt wollen wir uns ansehen, wie sich die Methoden wissenschaftlicher Modellierung dazu einsetzen lassen, ein uns unbekanntes System zu beschreiben. Stellen wir uns dazu ein ganz abstraktes System mit Wechselwirkungen unter den Komponenten vor, das möglichst keinen Kontext hat.

Ein Beispiel dafür ist die Situation, in der sich mehrere Himmelskörper  $K_i$  unterschiedlicher Masse im Universum befinden, weitab jeder Galaxis. Sie haben einen momentanen Zustand (Masse  $m_i$  mit Position  $\mathbf{p}_i$  im Raum, sind in Bewegung mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}_i$  sowie der Beschleunigung  $\mathbf{a}_i$ ) und üben dabei Kräfte  $\mathbf{F}_i$  auf einander aus.

### Aufgabe 4.1 Modellierung des N-Körper-Problems (8 Punkte)

Gegeben sei folgendes Wissen:

1. Eine Erhöhung der Geschwindigkeit erhöht die Änderung der Position pro Zeit.
2. Eine Erhöhung der Beschleunigung erhöht die Änderung der Geschwindigkeit pro Zeit.
3. Die Kraft, die auf einen Körper wirkt, nimmt mit Beschleunigung und der Masse eines Körpers proportional zu.
4. (Newton) Die Kraft, die von einem Körper auf einen anderen wirkt, nimmt mit dem Abstand umgekehrt quadratisch ab.
5. (Newton) Die Kraft, die von einem Körper auf einen anderen wirkt, nimmt sowohl mit der Masse des einen Körpers als mit der Masse des anderen Körpers zu.
6. Die Gesamteinwirkungen aller Kräfte auf einen Körper addieren sich.

Modellieren Sie die Dynamik des Systems.

- a) Visualisieren Sie dazu die Systemgraphen für die Zustandsdynamik und Pulsfortpflanzung zunächst für 3 Körper. Lassen sich beide Graphen in einen überführen? (2 Pkte)
- b) Stellen Sie dann allgemein die Differenzgleichungen der Wirkungen auf und formen Sie diese für den Limes  $\Delta t \rightarrow 0$  in Differenzialgleichungen um. (2 Pkte)
- c) Fassen Sie das Wissen in Form zweier Differentialgleichungen, eine für die Positionsänderung pro Zeit und eine für die Änderung der Geschwindigkeit pro Zeit, für  $N$  Körper zusammen. (4 Pkte)

Damit haben wir die wissenschaftliche Modellierung des Systems abgeschlossen. Im nächsten Übungsblatt werden wir anhand realer Daten die Modellparameter anpassen.

Hinweise:

- Den skalaren Faktor  $1/|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j|^2$  kann man für Richtungen formulieren als  $(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)/|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j|^3$
- Die Gravitationskonstante  $G$  beim Newton-Gesetz setzen wir hier einfacherweise auf 1.