Vorlesung
Adaptive Modellierung und Simulation

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN
Prof. Dr. R. Brause
R.Brause@cs.uni-frankfurt.de

Übungsblatt 6

Ausgabe: 9.6. Abgabe: 16.6.

Nachdem wir uns zuvor angesehen haben, wie wir geeignete Modelle zu einem gegebenen System erstellen können und wie sich die Parameter dieser Modelle mit Hilfe von gesammelten Daten und geeigneten Lernverfahren (wie dem Gradientenabstieg) an die Realität anpassen lassen, wollen wir uns nun der Analyse von Modellen zuwenden.

Die Datei `oekosystem.dt` enthält dazu die Adjazenzmatrix eines Wirkungsgraphen, in dem die Abhängigkeiten von 17 Tier- und Pflanzenspezies sowie 2 bestimmter Lebensraumfaktoren zueinander modelliert wurden. Das vorliegende System hat die interessante Eigenschaft, dass es sich aus zwei unterschiedlichen Gruppen von Tierspezies zusammensetzt, die jeweils zwei voneinander getrennte Ökosysteme bilden.

Bei der Modellierung sehr komplexer Systeme ist es in der Regel wesentlich einfacher, wenn man Submodelle bilden und diese dann getrennt voneinander modellieren kann. Aus diesem Grund sind wir daran interessiert, die beiden getrennten Ökosysteme zu identifizieren. Dazu wollen wir im Folgenden einmal einige Methoden der *Strukturanalyse* verwenden.

Aufgabe 6.1 Reduktion der Modellkomplexität (10 Punkte)

a) Schreiben Sie einen Algorithmus, der zu einem gegebenen Wirkungsgraphen (in Form einer Adjazenzmatrix) mit Hilfe der Variablensubstitution und der Verschmelzung in Submodelle die Modellkomplexität reduziert.

   Wenden Sie Ihren Algorithmus dann auf den Wirkungsgraphen der Datei `oekosystem.dt` an und stellen Sie die Adjazenzmatrix des resultierenden Wirkungsgraphen dar: (8 Pkte)

   1. Nach Anwendung der Variablensubstitution

   2. Nach Anwendung der Variablensubstitution mit anschließender Anwendung der Verschmelzung in Submodelle

b) Was stellen Sie fest, wenn Sie sich die Größe der beiden von Ihnen berechneten Adjazenzmatrizen ansehen? Welche Art von Abhängigkeit scheint in der ursprünglichen Wirkmatrix größtenteils zu existieren? (2 Pkte)

Aufgabe 6.2 Hierarchiebildung und Strukturanalyse (12 Punkte)

a) Bestimmen Sie zu dem Wirkungsgraphen der Datei `oekosystem.`dt nun die Adjazenzmatrix des zugehörigen Minimalgraphen. Verwenden Sie dazu den in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus zur Bestimmung streng zusammenhängender Komponenten. (8 Pkte)

Hinweise:
- Siehe dazu auch Skript, Abschnitt 4.3.1.
- Um für jeden Knoten *i* die Menge der von *i* aus erreichbaren Knoten zu bestimmen, können Sie eine simple modifizierte Variante des Floyd-Warshall-Algorithmus verwenden:

Wenn A mit $A_{ii} = 1$, $1 \leq i \leq n$ die Adjazenzmatrix eines gerichteten ungewichteten Graphen mit *n* Knoten ist, wobei $A_{ij} = 1$ das Vorhandensein und $A_{ij} = 0$ die Abwesenheit einer Kante zwischen Knoten *i* und Knoten *j* angibt, dann lässt sich die Erreichbarkeitsmatrix C folgendermaßen bestimmen:

1. Berechne $B = A^n$
2. Setze

$$\forall i,j : C_{ij} = \begin{cases} 1 & , B_{ij} \geq 1 \\ 0 & , sonst \end{cases}$$

C hat dann die Eigenschaft, dass $C_{ij} = 1$ gilt, wenn in dem durch A definierten Graph ein Weg von Knoten i zu Knoten j existiert. Gibt es keinen solchen Weg, dann ist $C_{ij} = 0$.

b) Es wird sich herausstellen, dass die Adjazenzmatrix des Minimalgraphen mit der Adjazenzmatrix aus Aufgabenteil 6.1a, Punkt 2, übereinstimmt. Muss das immer so sein? (Zeigen Sie entweder, dass dem so ist, oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.) (2 Pkte)

c) Stellen Sie den resultierenden Minimalgraph graphisch dar, indem Sie ihn hierarchisch in Form von Ebenen anordnen. Können Sie die beiden Gruppen der Tierspezies identifizieren, aus denen die getrennten Ökosysteme bestehen? (2 Pkte)